

МОДЕЛЬ ОДНОРОДНОЙ ДВОЙНОЙ МАГНИТНОЙ ТРУБКИ

Горяева Виктория Николаевна

poltinnikd@mail.ru

Аспирант 5 курса образовательной программы «Физика и астрономия»
Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова, г.Элиста, Россия

Научный руководитель, д.ф.-м.н, профессор – Михальев Б.Б.

Корона (вне корональных дыр) состоит главным образом из петельных структур. Корональные петли являются основным объектом корональной сейсмологии. Они представляют устойчивые структуры. На данный момент, общеизвестно, что основной фактор стабилизации – концы силовой трубки закреплены в плотной фотосфере. В данной работе мы рассмотрим попытку описания адекватной, реалистичной модели корональной петли, аналогичную наблюдаемым на Солнце [5, 6]. Речь идет о двойной магнитной трубки, состоящей из двух коаксиальных цилиндрических трубок [1-3]. Внутреннюю поверхность радиуса $r < b$ называют шнуром, а внешнюю, окружающую область с внешним радиусом $b < r < a$, называют оболочкой. Хотя плотность плазмы распределена неравномерно, по обычной договоренности для оценочных расчетов полагаем однородность распределения плотности ρ_i, ρ_m, ρ_e , давления p_i, p_m, p_e и однородного продольного магнитного поля с индукцией $\mathbf{V}_i = V_i e_z, \mathbf{V}_m = V_m e_z, \mathbf{V}_e = V_e e_z$.

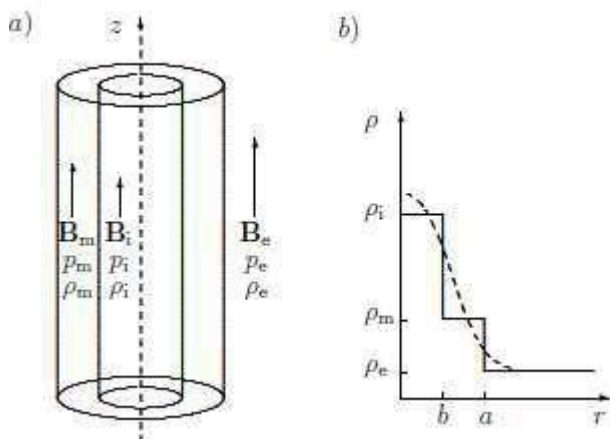


Рисунок 1: а) Двойная магнитная цилиндрическая трубка; б) сплошная линия - предполагаемое распределение плотности плазмы, штрихованная линия – наблюдаемое на Солнце.

Считают, что в солнечной короне плазмы разрежена и имеет низкую бета $\beta = 8\pi\rho_0 / B_0^2 \ll 1$, магнитное поле становится бессильным. Так как отношение газового давления к магнитному малое, это допущение значительно упрощает решение задачи.

Для описания параметров удобно использовать цилиндрическую систему координат (r, ϕ, z) , ось z совпадает с осью двойной трубки. Для описания колебаний магнитной трубки используем линеаризованные уравнения идеальной (бездиссипативной) МГД в системе СИ [4], в которых силу тяжести можно пренебречь, по сравнению с градиентом давления.

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \frac{1}{4\pi\rho_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}_0 + \frac{1}{4\pi\rho_0} (\nabla \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) p + \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0),$$

где \mathbf{v} , \mathbf{B} , ρ , p есть малые возмущения. В случае цилиндрически-симметричной статической конфигурации уравнения допускают разделение переменных в цилиндрических координатах, и рассматриваем возмущения вида $\sim \exp(ikz + im\varphi - i\omega t)$. Здесь k – продольное волновое число, целочисленное m – номер цилиндрической моды.

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}, \quad \rho = \rho(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}$$

$$p = p(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}.$$

Условие равновесия потенциальной конфигурации трубки на границах рассматриваемых трех областей:

$$p_i + \frac{B_i^2}{2\mu_0} = p_m + \frac{B_m^2}{2\mu_0} = p_e + \frac{B_e^2}{2\mu_0}$$

Для альвеновской $V_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}}$ и звуковой $C_S = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$ скоростей в короне наблюдается

иерархия:

$$C_{se} < C_{si} < V_{Ai} < V_{Ae}, \quad C_{si} < V_{Am}, \quad C_{se} < C_{sm} < V_{Am}, \quad C_{sm} < V_{Ai}.$$

γ – отношение удельных теплоемкостей.

Дисперсионные соотношения для двойной магнитной трубки аналогичны альвеновским волнам сжатия:

$$\omega^2 - V_{Ai}^2 k^2 = 0, \quad \omega^2 - V_{Am}^2 k^2 = 0.$$

Магнитозвуковые моды определяются в шнуре (i), оболочке (m), и во внешней (e) части двойной трубки радиальной компонентой вектора смещения $\xi_r(r) = v_r(r)/(-i\omega)$, а также возмущениями полного давления $p = p(r) + \frac{B_0 B_z(r)}{4}$ и на границах областей удовлетворяют

условиям:

$$\xi_{ri}(r) = e^{i\alpha} A_i \frac{R'(k_i r)}{R(k_i r)}, \quad \tilde{p}_{Ti}(r) = e^{i\alpha} A_i \frac{\rho_i (\omega^2 - V_{Ai}^2 k^2) R(k_i r)}{R'(k_i r)}, \quad r < b,$$

$$\xi_{rm}(r) = A_1 U'(k_m r) + A_2 V'(k_m r), \quad \tilde{p}_{Tm}(r) = \frac{\rho_m (\omega^2 - V_{Am}^2 k^2)}{k_m} (A_1 U(k_m r) + A_2 V(k_m r)), \quad b < r < a,$$

$$\xi_{re}(r) = A_e \frac{Q'(k_e r)}{Q(k_e r)}, \quad \tilde{p}_{Te}(r) = A_e \frac{\rho_e (\omega^2 - V_{Ae}^2 k^2) Q(k_e r)}{Q'(k_e r)}, \quad r > a,$$

$$\xi_{ri}(b) = \xi_{rm}(b), \quad \xi_{rm}(a) = \xi_{re}(a), \quad \tilde{p}_{Ti}(b) = \tilde{p}_{Tm}(b), \quad \tilde{p}_{Tm}(a) = \tilde{p}_{Te}(a).$$

Здесь A_i, A_1, A_2 и A_e есть постоянные коэффициенты, связанные между собой. Фазовый множитель $e^{i\alpha}$ введен для удобства использования граничных условий. Если $k_i^2 > 0 \Rightarrow R(z) = J_m(z)$, - функция Бесселя, а в случае $k_i^2 < 0 \Rightarrow R(z) = I_m(z)$ - модифицированная функция Бесселя, причем величину k_i заменяем на $\chi_i = \sqrt{-k_i^2}$. Знак штрих обозначает

производную. $U(z)$ и $V(z)$ в случае $k_m^2 > 0$ есть два линейно-независимых решения уравнения Бесселя, иначе, для случая $k_m^2 < 0$, решения модифицированного уравнения Бесселя. Опять же во втором случае заменяем на $\chi_m = \sqrt{-k_m^2}$. Для $k^2 > 0 \Rightarrow Q(z) = H^{(1)}(z)$ - функция Ханкеля, во

втором случае $k_e^2 < 0 \Rightarrow Q(z) = K_m(z)$ - функция Макдональда, при это k_e заменяем на $\chi_e = \sqrt{-k_e^2}$.

Для нахождения амплитудных коэффициентов A_i, A_1, A_2 и A_e составим систему уравнений

$$e^{i\alpha} A_i = A_1 U'(k_m b) + A_2 V'(k_m b),$$

$$A_e = A_1 U'(k_m a) + A_2 V'(k_m a),$$

$$e^{i\alpha} A_i \frac{\rho_i (\omega^2 - V_{Ai}^2 k^2) k_m R(k_i b)}{\rho_m (\omega^2 - V_{Am}^2 k^2) k_i R'(k_i b)} = A_1 U(k_m b) + A_2 V(k_m b),$$

$$A_e \frac{\rho_e(\omega^2 - V_{Ae}^2 k^2) k_m}{\rho_m(\omega^2 - V_{Am}^2 k^2) k_e} Q(k_e a) = A_1 U(k_m a) + A_2 V(k_m a).$$

$$\rho_m(\omega^2 - V_{Am}^2 k^2) k_e Q'(k_e a)$$

Приравнявая далее нулю знаменатель системы, получаем дисперсионное уравнение для магнитозвуковых мод двойной трубки

$$W + Z + X + Y = 0,$$

где

$$W = \frac{\rho_i}{k_i} (\omega^2 - V^2 k^2) \frac{\rho_e}{k_e} (\omega^2 - V^2 k^2) R(k b) Q(k a) \{U'(k b) V'(k a) - U'(k a) V'(k b)\},$$

$$Z = \frac{\rho_i}{k_i} (\omega^2 - V^2 k^2) \frac{\rho_m}{k_m} (\omega^2 - V^2 k^2) R(k b) Q'(k a) \{-U'(k b) V'(k a) + U(k a) V'(k b)\},$$

$$X = \frac{\rho_e}{k_e} (\omega^2 - V^2 k^2) \frac{\rho_m}{k_m} (\omega^2 - V^2 k^2) R'(k b) Q(k a) \{-U(k b) V'(k a) + U'(k a) V(k b)\},$$

$$Y = \frac{\rho_m^2}{k_m^2} (\omega^2 - V_{Am}^2 k^2) R'(k_i b) Q'(k_e a) \{U(k_m b) V(k_m a) - U(k_m a) V(k_m b)\}.$$

Зная смещение $\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$, построим дисперсионное соотношение на рисунке 2.

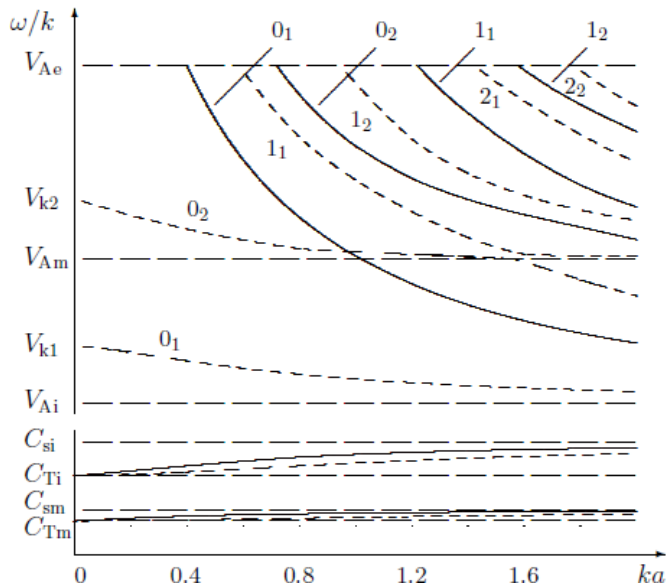


Рисунок 2. Дисперсионные кривые магнитозвуковых мод (нумерация m) двойной магнитной цилиндрической трубки с продольным полем при $V_{Ai} < V_{Am} < V_{Ae}$, $C_{se} < C_{sm} < C_{si}$.

На рисунке 2 радиальные моды изображены сплошными линиями, изгибные моды - пунктирными. Внизу рисунка находятся медленные моды, вверху - быстрые. Основная радиальная мода, обозначенная номером «0», существует при сколь угодно малых волновых числах и частотах. Для каждого m имеется бесконечное количество мод, они, однако, отсекаются на уровне фазовых значений.

Сравнивая полученный результат со спектром магнитозвуковых мод однородной магнитной трубки [1], приходим к следующим выводам. Вторая граница удваивает количество дисперсионных кривых. Так как скорости звуковых волн много меньше скорости альвеновских, то дисперсионные кривые не пересекаются друг с другом. В областях $C_{Tm} < \omega / k < C_{Sm}$ и $C_{Ti} < \omega / k < C_{Si}$ имеются два набора дисперсионных кривых медленных магнитозвуковых мод, на которых колебания существуют для всех длин волн. C_T - касповая (трубочная) скорость.

$$C_T^2 = \frac{V_A^2 C_S^2}{V_A^2 + C_S^2}.$$

Рассмотрим радиальную моду ($m = 0$) в длинноволновом приближении $kb \ll 1$, $ka \ll 1$.
Используя разложения функций с учетом граничных условий, получим

$$(\omega^2 - C_{Tm}^2 k^2) \cdot (\omega^2 - C_{Ti}^2 k^2) = 0.$$

Откуда выведем два предельных значения фазовой скорости медленных продольных мод $\omega/k = C_{Tm}$, $\omega/k = C_{Ti}$. Для первого из них следует $e^{i\alpha} = -1$. Это означает, что колебания плазмы в шнуре и в оболочке на соответствующих модах происходят в противофазе (рис. 3 б). Мы имеем волну, захваченную в оболочке. Для второго значения получаем $e^{i\alpha} = 1$, то есть колебания в шнуре и в оболочке происходят синфазно (рисунок 3 а). Волна имеет характер распространяющейся волны, в двух других областях характер поверхностной волны.

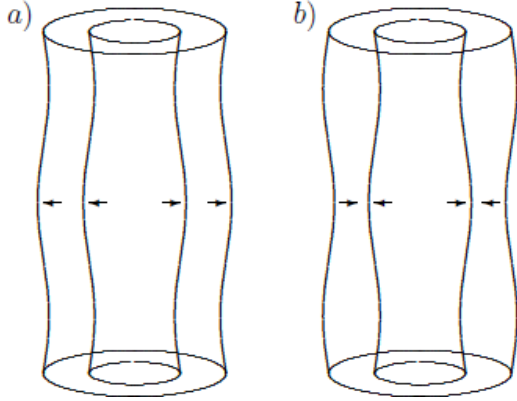


Рисунок 3. Колебания двойной магнитной трубки под действием стоячей радиальной моды: а) синфазно, б) противофазно. Стрелками указано направление смещения плазмы.

Рассмотрим высшие моды $m > 0$ в длинноволновом приближении. Из граничных условий получаем

$$\frac{e^{i\alpha} A_i \rho_i (\omega^2 - V^2 k^2)}{\rho_m (\omega^2 - V_{Am}^2 k^2)} = \frac{2a^{m+1} b^{m-1} A - (a^{2m} + b^{2m}) e^{i\alpha} A}{a^{2m} - b^{2m}} \cdot \frac{i}{e},$$

$$-\frac{A_e \rho_e (\omega^2 - V^2 k^2)}{\rho_m (\omega^2 - V_{Am}^2 k^2)} = \frac{(a^{2m} + b^{2m}) A - 2a^{m-1} b^{m+1} e^{i\alpha} A}{a^{2m} - b^{2m}} \cdot \frac{i}{e}.$$

Приравняв нулю определитель этой системы, получаем уравнение для быстрых магнитозвуковых мод

$$(a^{2m} - b^{2m}) [\rho_m^2 (\omega^2 - V^2 k^2)^2 + \rho_i (\omega^2 - V^2 k^2) \rho_e (\omega^2 - V^2 k^2)] +$$

$$(a^{2m} + b^{2m}) \rho_m (\omega^2 - V_{Am}^2 k^2) [\rho_i (\omega^2 - V_{Ai}^2 k^2) + \rho_e (\omega^2 - V_{Ae}^2 k^2)] = 0,$$

откуда находим предельные значения фазовой скорости V_{k1} и V_{k2} . Характер волн существенно зависит от величин альвеновской скорости в оболочке V_{Am} . В случае $V_{Am} < V_{Ai}$ имеем $V_{k1} = \frac{V_{mi}}{\rho}$, $V_{k2} = \frac{V_{me}}{\rho}$ для $b = 0$ и $V_{k1} = V_{Am}$, $V_{k2} = \frac{V_{ei}}{\rho}$ для $b = a$. Здесь

$$V_{me} = \frac{m}{\rho_m + \rho_e} \frac{A_m A_e}{\rho_m + \rho_e}, \quad V_{mi} = \frac{m}{\rho_m + \rho_i} \frac{i A_i A_i}{\rho_m + \rho_i}, \quad V_{ei} = \frac{e}{\rho_e + \rho_i} \frac{i A_i A_i}{\rho_e + \rho_i}.$$

Обе волны являются захваченными в трубке. Первая волна является захваченной в оболочке, а вторая имеет аналогичный характер при выполнении условия

$$V_{me} > V_{Ai},$$

если отношение b/a достаточно мало. В противном случае она является распространяющейся волной во всей трубке. Из граничных условий для фазового множителя получаем значение $e^{i\alpha} = -1$, то есть колебания в шнуре и в оболочке происходят в противофазе

(рис. 4).

В случае $V_{Ai} < V_{Am} < V_{Ae}$ имеем $V_{k1} = V_{mi}$, $V_{k2} = V_{me}$ для $b = 0$ и $V_{k1} = V_{me}$, $V_{k2} = V_{Ai}$ для $b = a$. Обе волны являются захваченными в трубке. Первая является захваченной в шнуре для $b/a \approx 1$ при условии $V_{Am} < V_{ei}$. Вторая является распространяющейся во всей трубке.

В случае $V_{Ae} < V_{Am}$ имеем $V_{k1} = V_{mi}$, $V_{k2} = V_{me}$ для $b = 0$ и $V_{k1} = V_{ei}$, $V_{k2} = V_{Am}$ для $b = a$. Первая волна распространяется в окружающей среде, то есть колебания проникают в окружающую среду. В этом смысле ее можно назвать волной, излучаемой трубкой (radiative wave). Вторая волна также излучается для малых b/a при выполнении условия

$$V_{Ae} < V_m.$$

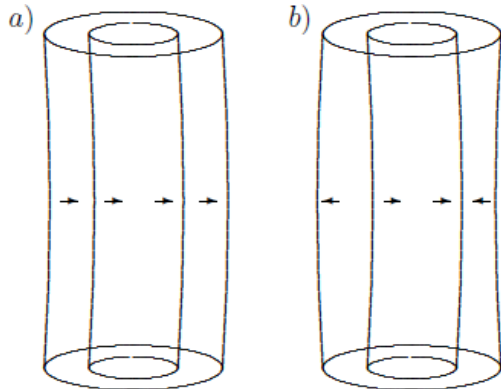


Рисунок 4. Изгибные колебания двойной магнитной трубки: а) захваченные в трубке, б) захваченные в оболочке. Стрелками указано направление смещения плазмы.

Среди высших мод наибольшим затуханием обладает изгибная мода. Затухание изгибных мод корональной магнитной трубки вследствие возбуждения излучаемой волны в окружающей среде может рассматриваться как причина наблюдаемого в ультрафиолетовом диапазоне затухания изгибных колебаний корональных петель.

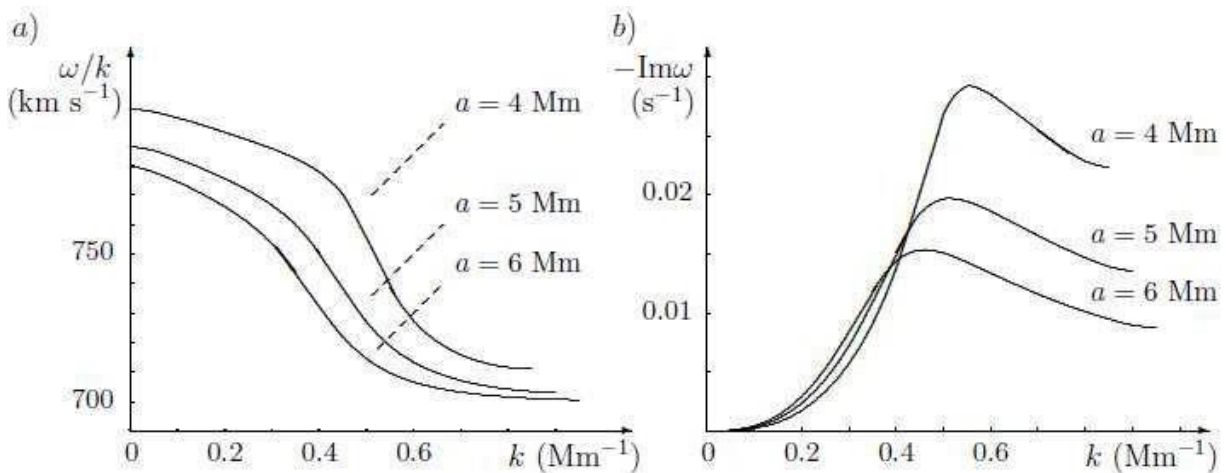


Рисунок 5. Дисперсионная кривая и коэффициент затухания излучаемой волны. Параметры трубки: $b=2.6$ Мм, $C_{Se}=100$ км с⁻¹, $C_{Sm}=120$ км с⁻¹, $C_{Si}=140$ км с⁻¹, $V_{Ai}=350$ км с⁻¹, $V_{Am}=850$ км с⁻¹, $V_{Ae}=700$ км с⁻¹.

Из уравнений равновесия между шнуром, оболочкой и окружающей средой в корональных условиях следует, что эффект проникновения («просачивания») колебаний в окружающую среду возможен в случае, когда плотность плазмы в оболочке меньше плотности плазмы в окружающей среде ($\rho_m < \rho_e$), то есть оболочка является разреженной. На рис. 5 рассмотрен пример затухания быстрой изгибной моды двойной магнитной трубки, где

$\rho_i / \rho_e \approx 3.5$, $\rho_m / \rho_e \approx 0.7$. В трубке без оболочки волна была бы захвачена в трубке, однако наличие разреженной оболочки позволяет ей «просачиваться» в окружающую среду. Затухание колебаний является слабым. Наблюдаемое быстрое затухание длиннопериодических изгибных колебаний корональных петель не может происходить из-за их «просачивания» в корону. Мы делаем вывод, что короткопериодические (с периодом порядка 10 с) изгибные возмущения, возбуждаемые у оснований корональных петель конвективными движениями, способны эффективно переносить энергию в корону.

Список использованных источников:

1. Михалев Б.Б., Рудерман М.С. Колебания и волны в солнечной короне. Элиста.: Изд-во Калм.ун-та, 2012, 184 с.
2. Михалев Б.Б., Соловьев А.А., МГД-волны в корональных петлях с оболочкой. 2004, Письма в Астрон.журн. 30, №4, 307 с.
3. Mikhalyaev B.B., Solov'ev A.A., 2004, Proc. IAU Symposium 223 «Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity», A.V. Stepanov, E.E. Benevolenskaya, A.G. Kosovichev, eds. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 287 p.
4. Прист Э.Р. Солнечная магнитогидродинамика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985, 592 с.
5. Соловьев А.А., Михалев Б.Б., Киричек Е.А., Радиационное затухание колебаний корональных петель, 2002, Физика плазмы, 28, №8, 758 с.
6. Соловьев А.А., Михалев Б.Б., Киричек Е.А., Корональные осцилляции: внутренняя структура петли, 2003, Физика плазмы, 29, №12, 1130 с.
7. Aschwanden M.J., Fletcher L., Schijver C.J., Alexander D., Coronal loop oscillations observed with the transit ion region and coronal explorer, 1999, Astrophys. J. 520, 880 p.
8. Nakariakov V.M., Ofman L., DeLuca E.E., Roberts B., Davila J.M. Trace observation of damped coronal loop oscillations: Implications for coronal heating, 1999, Science, 285, 862 p.